

S5 - 271

**B.A. DEGREE EXAMINATION -
NOVEMBER/DECEMBER 2017.**

FIFTH SEMESTER

Part II : Mathematics

Paper - V : RING THEORY AND VECTOR CALCULUS

(New Regulation 2016-17)

(Common paper for B.A.,/B.Sc.)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

PART - A

Answer any FIVE of the following.

(5 × 5 = 25 marks)

1. (a) Define a commutative ring.

వినియ వలయమును నిర్వచించుము.

- (b) If R is a Bodean ring then R is commutative under multiplication.

R బూలుయన్ వలయం అయితే గుణకార పరిశ్రీయ దృష్ట్యా R వినిమయము.

2. If the characteristics of a ring is 2 and $ab = ba$ then prove that $(a + b)^2 = a^2 + b^2 = (a - b)^2 \forall a, b \in R$.

ఒక వలయము యొక్క లక్షణికము 2 వలయంలో రెండు మూలకాలు a, b వినిమయం అయితే $(a + b)^2 = a^2 + b^2 = (a - b)^2 \forall a, b \in R$ అని నిరూపించండి.

3. If $f: R \rightarrow R'$ be a homomorphism of a ring R into a ring R' and $O \in R$, $O' \in R'$ be the zero element then prove

(a) $f(O) = O'$

(b) $f(-a) = -f(a) \forall a \in R$

$f: R \rightarrow R'$ అనేది R వలయ సమరూపత మరియు $O \in R$, $O' \in R'$ లు శూన్యమూలకాలు అయిన

(a) $f(O) = O'$

(b) $f(-a) = -f(a) \forall a \in R$ అని చూపండి.

Turn Over

4. If f is a homomorphism of a ring R into a ring R' then $\ker f$ is an ideal of R .

$f: R \rightarrow R'$ వలయ సమరూపత యొక్క $f \ker f, R$ వలయానికి ఒక అదర్శం అవుతుంది.

5. Find the directional derivative of $\phi = xy^2 + yz^2 + zx^2$ along the tangent to the curve $x = t, y = t^2, z = t^3$ at $(1,1,1)$.

$(1,1,1)$ వద్ద $x = t, y = t^2, z = t^3$ వక్రానికి స్పర్శరేఖదిశలో $\phi = xy^2 + yz^2 + zx^2$ ప్రమేయానికి దైశిక పున్పన్నము కనుగొనుము.

6. If $f = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ the find $\text{div} F, \text{curl} F$.

$f = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ అయిన $\text{div} F$ మరియు $\text{curl} F$ ను కనుగొనుము.

7. If $F = 3xyi - y^2j$, evaluate $\int_C F \cdot dr$ where C is the curve $Y = 2x^2$ in the xy -plane from $(0,0)$ to $(1,2)$.

xy -తలంలో $(0,0)$ నుండి $(1,2)$ వకు పరిబద్ధయిన వక్రము $Y = 2x^2$ అయితే, $F = 3xyi - y^2j$ వక్రము $\int_C F \cdot dr$ ను కనుగొనుము.

8. Evaluate $\iiint_V (2x + y) dv$ where V is the closed region bounded by $Z = 4 - x^2$ and the planes $x = 0, y = 0$ and $y = 2, z = 0$, and $x = 2$.

$x = 0, y = 0, y = 2, z = 0, x = 2$ మరియు $Z = 4 - x^2$ తలముల మధ్య $\iiint_V (2x + y) dv$ ని కనుగొనండి.

9. If $\vec{F} = xi - 2yj + 3zk$ and S is a closed surface enclosing a volume V , show that

$$\int_S \vec{F} \cdot N ds = 2V.$$

$\vec{F} = xi - 2yj + 3zk$ మరియు పరిబద్ధ ఘనము V ఉపరితలము S అయితే $\int_S \vec{F} \cdot N ds = 2V$

అని చూపండి.

10. State the Stoke's theorem, by Stoke's theorem prove $\text{curl grad } \phi = 0$.

Stoke's సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, దాని నుండి $\text{curl grad } \phi = 0$ అని చూపండి.

PART - B
Answer the following questions.

(5 × 10 = 50 marks)

UNIT I

11. Prove that $Q[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in Q\}$ is a field with respect to usual addition and multiplication.

$Q[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} | a, b \in Q\}$ సమితి, సంఖ్యల సాధారణ సంకలన, గుణనాద్యుపై క్షేత్రము అవుతుందిని చూపండి.

Or

12. (a) Define an ideal of a ring 'R'.

R వలయం ఆదర్శాన్ని నిర్వచించండి.

- (b) The intersection of two ideals of a ring R is an ideal of R .

R వలయం యొక్క రెండు ఆదర్శాల ఖేదనం, R వలయానికి ఆదర్శం అవుతుంది.

UNIT II

13. Prove that every quotient ring of a ring is a homomorphic image of the ring.

ఒక వలయం యొక్క యే వ్యుత్పన్న వలయమైనా దత్తవలయానికి సమరూపతా ప్రతిబింబము.

Or

14. If ' f ' is a homomorphism of a ring R into the ring R' then prove f is an into isomorphism iff $\text{Ker} f = \{0\}$.

$f : R \rightarrow R'$ వలయ సమరూపత అయితే అన్వేషక తుల్యరూపత (into isomorphism) కావడానికి $\text{Ker} f = \{0\}$ అవడం అవశ్యకమూ మరియు పర్వాప్తమూ.

UNIT III

15. Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, and $x^2 + y^2 - z = 3$ at $(2, -1, 2)$.

$(2, -1, 2)$ బిందువు వద్ద $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, మరియు $x^2 + y^2 - z = 3$ ఉపరితలముల మధ్య కోణము కనుగొనుము.

Or

16. If $\vec{A}, \vec{B}$ are two differentiable vector point functions then $\text{grad}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} + (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + \vec{B} \times (\text{Curl} \vec{A}) + \vec{A} \times (\text{Curl} \vec{B})$

$\vec{A}, \vec{B}$ లు రెండు సదిశాబిందు ప్రమేయాలు అయితే $\text{grad}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{A} + (\vec{A} \cdot \nabla) \vec{B} + \vec{B} \times (\text{Curl} \vec{A}) + \vec{A} \times (\text{Curl} \vec{B})$ అని చూపండి.

Turn Over
S5 - 271

UNIT IV

17. If $\vec{F} = (x^2 + y^2) \vec{i} + 2xy \vec{j}$, evaluate $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where the curve C is the rectangle in the xy -plane bounded by $y = 0, y = b, x = 0, x = a$.

$\vec{F} = (x^2 + y^2) \vec{i} + 2xy \vec{j}$ xy -తలంలో $y = 0, y = b, x = 0, x = a$ లనే పరిబద్ధ దీర్ఘచతుస్రము C అయితే $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ కనుగొనుము.

Or

18. Evaluate $\int_S \vec{F} \cdot \vec{N} ds$, where $\vec{F} = yz\vec{i} + zz\vec{j} + xy\vec{k}$ and S is the part of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ which lies in the first octant.

$\vec{F} = yz\vec{i} + zz\vec{j} + xy\vec{k}$ మొదటి అష్టకములో $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ గోళములో భాగము S అయితే $\int_S \vec{F} \cdot \vec{N} ds$, ను కనుగొనుము.

UNIT V

19. State and prove Gauss's divergence theorem.

గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

Or

20. Evaluate by Green's theorem $\oint_C (y - \sin x)dx + \cos x dy$ where C is the triangle enclosed by the lines $y = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 2x$.

$y = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 2x$ రేఖలచే ఏర్పడే త్రిభుజము C పై గ్రీన్ సిద్ధాంతము నుండి $\oint_C (y - \sin x)dx + \cos x dy$ కనుగొనుము.